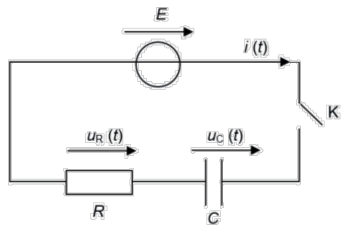
DM n°11 – Correction

Q1. D'après la figure 2, quand la teneur en eau d'un sol argileux augmente alors sa permittivité ε augmente. Or $C = \dfrac{\varepsilon.S}{d}$, alors C augmente.

Q2. À la date t = 0 s, appliquons la loi des mailles



$E = u_c + u_R$ (1)
Or d'après la loi d'Ohm $u_R = R.i$

$i = \dfrac{dq}{dt}$ et $q = C.u_C$ $\qquad i = \dfrac{d(C.u_C)}{dt} = C.\dfrac{du_C}{dt}$ Car C est une constante

En remplaçant dans (1) il vient : $E = u_c + R.C.\dfrac{du_C}{dt}$

Et en posant $\tau = R.C$ alors $E = u_c + \tau.\dfrac{du_C}{dt}$

Q3. Calculons $\quad u_c + \tau.\dfrac{du_C}{dt} = E\times(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) + \tau.\dfrac{d(E\times(1-e^{\frac{-t}{\tau}}))}{dt}$

$$= E\times(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) + \tau.(\frac{dE}{dt} - E\times\frac{d(e^{-\frac{t}{\tau}})}{dt})$$

$$= E\times(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) + \tau.\left(0 - E\times\left(-\frac{1}{\tau}\right).e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

$$= E - E\times e^{-\frac{t}{\tau}} + E\times e^{-\frac{t}{\tau}} = E$$

On a bien retrouvé l'égalité de l'équation différentielle, donc $u_C(t) = E\times(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ est bien solution de l'équation différentielle.

Par ailleurs, pour t = 0 s, la solution donne $u_C(t=0) = E\times(1 - e^{-\frac{0}{\tau}}) = E\times(1 - 1) = 0$. Conforme à la situation puisque le condensateur est initialement déchargé.

Q4. $u_C(\tau) = E\times(1 - e^{-\frac{\tau}{\tau}}) = E\times(1 - e^{-1}) = 0{,}63\times E.$

Q5. Le microcontrôleur effectue 52000 mesures par seconde, soit 1 mesure tous les $\dfrac{1}{52000}$ = $1{,}92\times10^{-5}$ s = $19{,}2\times10^{-6}$ s = 19,2 µs. Or il faut 10 valeurs de tension aux bornes du condensateur pour déterminer τ, soit une durée minimale 10×19,2 = 192 µs.
La constante τ doit être au minimum de 200 µs.

Q6. $\tau > 200$ µs

$R.C > 200\times10^{-6}$

$R.\dfrac{\varepsilon.S}{d} > 200\times10^{-6}$

$\varepsilon > \dfrac{d.200\times10^{-6}}{R.S}$

$\varepsilon > \dfrac{1{,}0\times10^{-2}\times200\times10^{-6}}{2{,}2\times10^{5}\times1{,}0\times10^{-1}}$ $\qquad \varepsilon > 9{,}1\times10^{-11}$ F.m^{-1} = $0{,}91\times10^{-10}$ F.m^{-1}

En utilisant la figure 2 on obtient une teneur en eau minimale de 15%.

Q7. Cet extrait de programme doit permettre de déterminer la valeur de la constante de temps τ.

Q8. While tension < 0,63*E :
Tant que la tension est inférieure à 0,63.E, on recommence la mesure de u_C.

Q9. $\varepsilon = \dfrac{d.\tau}{R.S}$

$$\varepsilon = \frac{1{,}0\times 10^{-2}\times 0{,}28676887987\times 10^{-3}}{2{,}2\times 10^{5}\times 1{,}0\times 10^{-1}}$$

ε = 1,3×10^{-10} F.m^{-1}

Par lecture graphique sur la figure 2 on obtient une teneur d'eau de 20%, ce qui est inférieur à 24%.

Un tel sol argileux ne convient pas à une croissance normale d'une plante. Il faudra déclencher l'arrosage automatique.