

Chapitre 13 : Mécanique des fluides

Extrait Programme Tspé

Poussée d'Archimède	- Expliquer qualitativement l'origine de la poussée d'Archimède. - Utiliser l'expression vectorielle de la poussée d'Archimède - <i>Mettre en œuvre un dispositif permettant de tester ou d'exploiter l'expression de la poussée d'Archimède.</i>
Écoulement d'un fluide en régime permanent. Débit volumique d'un fluide incompressible.	- Exploiter la conservation du débit volumique pour déterminer la vitesse d'un fluide incompressible.
Relation de Bernoulli	- Exploiter la relation de Bernoulli, celle-ci étant fournie, pour étudier qualitativement puis quantitativement l'écoulement d'un fluide incompressible en régime permanent.
Effet Venturi	- <i>Mettre en œuvre un dispositif expérimental pour étudier l'écoulement permanent d'un fluide et pour tester la relation de Bernoulli.</i>

I- Rappels de 1^{ère}

La pression

La pression P (Pa ou N.m^{-2}) d'un fluide est liée à la force pressante $\vec{F}$ (N) exercée par les molécules sur une surface S (m^2) par la relation : $P = \frac{F}{S}$.

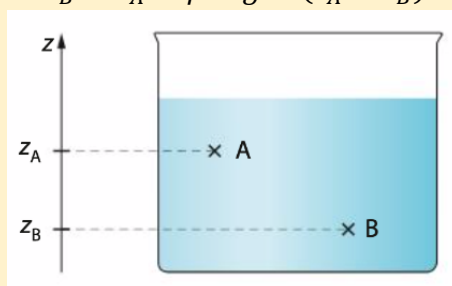
La force pressante est toujours perpendiculaire à la paroi, dirigée du fluide vers la paroi.

Loi de statique des fluides

Soient les pressions P_A et P_B les pressions (Pa) aux points A et B d'un fluide de masse volumique ρ (kg/m^3).

Les altitudes des points A et B sont z_A et z_B (m).

$$P_B - P_A = \rho \times g \times (z_A - z_B)$$



[Applications en autonomie](#) : n°2 p 403, n°3, et 6 p 403

II- La poussée d'Archimède

1- Origine de la force

Considérons un fluide au repos dans le référentiel terrestre supposé galiléen, ainsi qu'un solide totalement immergé dans ce fluide.

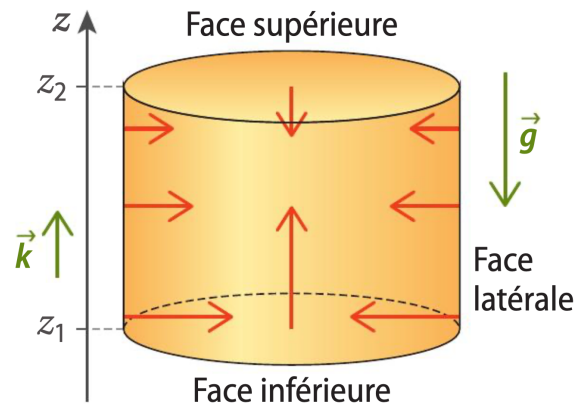
La surface du solide est soumise à des forces pressantes de la part du fluide.

D'après la loi de la statique des fluides, on sait que l'intensité des forces pressantes augmente avec la profondeur d'immersion.

Les forces latérales, elles, se compensent deux à deux car les points correspondants sont à la même profondeur.

Si on additionne toutes les forces pressantes, la résultante de ces forces est donc une force verticale dirigée vers le haut : c'est la poussée d'Archimède.

Ici, le solide étudié est en équilibre : cela signifie que la poussée d'Archimède compense exactement le poids.



2- Expression de la poussée d'Archimède

On considère un solide immergé dans un fluide. D'après le paragraphe précédent, la somme totale des forces pressantes exercées par le fluide est la poussée d'Archimède, notée $\vec{\Pi}_a$:

$$\vec{\Pi}_a = \vec{F}_{inf} + \vec{F}_{sup}$$

$\vec{F}_{inf}$ est la force pressante exercée sur la face inférieure du solide et $\vec{F}_{sup}$ est la force pressante exercée sur la face supérieure du solide.

On a les expressions suivantes :

$$\vec{F}_{inf} = P_1 \times S \times \vec{k} \text{ et } \vec{F}_{sup} = -P_2 \times S \times \vec{k}$$

$$\text{Ainsi, } \vec{\Pi}_a = P_1 \times S \times \vec{k} - P_2 \times S \times \vec{k} = (P_1 - P_2) \times S \times \vec{k}$$

D'après la loi de la statique des fluides, on sait que $(P_1 - P_2) = \rho_{fluide} \times g \times (z_2 - z_1)$

$$\text{Ainsi, } \vec{\Pi}_a = \rho_{fluide} \times g \times (z_2 - z_1) \times S \times \vec{k}$$

Le volume du solide est donné par la relation $V_{solide} = (z_2 - z_1) \times S$

$$\text{Ainsi, } \vec{\Pi}_a = \rho_{fluide} \times g \times V_{solide} \times \vec{k}$$

Le produit $\rho_{fluide} \times V_{solide}$ correspond à la masse de fluide m_{fluide} qui a été déplacée par l'immersion du solide dans le fluide.

$$\text{Ainsi } \vec{\Pi}_a = m_{fluide} \times g \times \vec{k} \text{ que l'on peut aussi écrire : } \vec{\Pi}_a = -m_{fluide} \times \vec{g}$$

La poussée d'Archimède est une force verticale, dirigée vers le haut qui a pour expression :

$$\vec{\Pi}_a = -m_{fluide} \times \vec{g} = -\rho_{fluide} \times V_{solide} \times \vec{g}$$

La norme de la poussée d'Archimède (en N) est donc :

$$\Pi_a = m_{\text{fluïde}} \times g = \rho_{\text{fluïde}} \times V_{\text{solide}} \times g$$

Avec $\rho_{\text{fluïde}}$ la masse volumique du fluïde en kg.m^{-3}

V_{solide} le volume du solide immergé en m^3 (C'est aussi le volume de fluïde déplacé)

g l'intensité de pesanteur : $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$

Remarque : On voit que la poussée d'Archimède est égale au poids du volume déplacé par l'immersion du solide.

Applications : n°23 p 418, n°33 p 419 et n°36 p 420

Applications en autonomie : n°22 p 418, n°18 p 415 (corrigé détaillé manuel), n°31 p 419

III- Le débit volumique

Hypothèses de travail :

Un fluïde s'écoule en régime permanent si la valeur v de sa vitesse en chaque position est indépendante du temps.

Un fluïde incompressible est un fluïde pour lequel la masse volumique est uniforme (identique en tout point) et constante (ne dépend pas du temps).

Dans la suite du cours, on se placera toujours en régime permanent, avec un fluïde incompressible.

1- Définition

Le débit volumique D_V correspond au volume V de fluïde qui s'écoule au travers d'une section pendant une durée Δt :

$$D_V = \frac{V}{\Delta t}$$

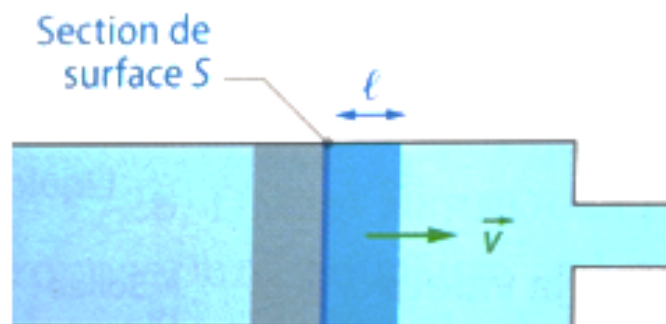
Avec D_V en m^3/s , V en m^3 et Δt en s.

Remarque : Le débit volumique est caractéristique de l'écoulement

2- Débit volumique et vitesse du fluïde

Considérons un fluïde qui traverse une section de surface S durant la durée Δt .

Le fluïde a une vitesse v , donc il parcourt une distance l durant cette durée.



On a la relation $v = \frac{l}{\Delta t}$

Le volume de fluïde écoulé est donc $V = l \times S$

Le débit volumique est donc $D_V = \frac{V}{\Delta t} = \frac{l \times S}{\Delta t} = S \times v$

Le débit volumique D_V est égal au produit de la surface S (en m^2) de la section du tube traversée par le fluide, par la valeur v (en m/s) de la vitesse du fluide au niveau de cette section :

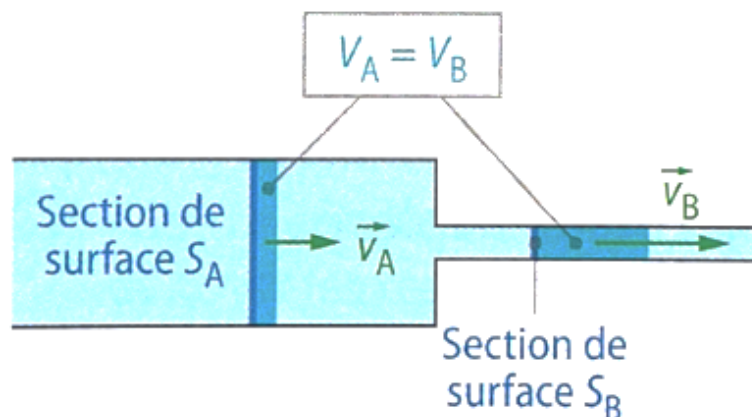
$$D_V = S \times v$$

[Application](#) : n°25 p 418

[Application en autonomie](#) : n°24 p 418 (Travail sur les conversions d'unité)

3- Conservation du débit volumique

On considère la situation suivante, avec une durée de l'écoulement Δt .



Pour un fluide incompressible, il y a conservation de la masse de fluide qui s'écoule, entre les parties de sections de surface S_A et celles de section de surface S_B pendant la même durée Δt . On peut donc écrire $m_A = m_B$.

Or $m = \rho \times V$.

La masse volumique du fluide étant une constante par hypothèse de travail, on en déduit :

$$\rho \times V_A = \rho \times V_B \text{ soit } V_A = V_B.$$

Si on considère dans les deux sections une durée d'écoulement Δt , on en déduit : $D_{VA} = D_{VB}$.

Au cours d'un écoulement d'un fluide incompressible en régime permanent, le débit volumique de ce fluide est constant :

$$D_V = \text{constante}$$

En reprenant la situation décrite par le schéma précédent :

$$D_{VA} = S_A \times v_A \text{ et } D_{VB} = S_B \times v_B$$

$$\text{Le débit volumique étant constant, } D_{VA} = D_{VB} \rightarrow S_A \times v_A = S_B \times v_B \rightarrow v_B = \frac{S_A}{S_B} \times v_A$$

La surface S_A est plus importante que la surface S_B . On a donc $\frac{S_A}{S_B} > 1$

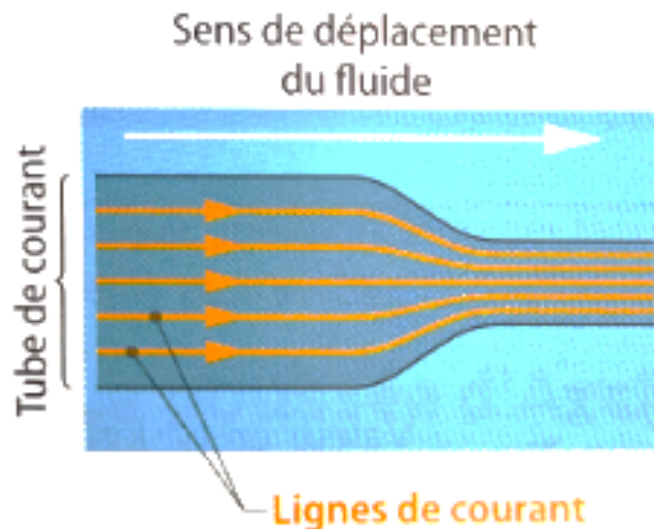
Cela entraîne $v_B > v_A$

Au cours d'un écoulement d'un fluide incompressible en régime permanent, si la section de la canalisation diminue, alors la vitesse du fluide augmente (et inversement).

IV- La relation de Bernoulli

1- Énoncé de la relation de Bernoulli

Lorsqu'un fluide s'écoule, la trajectoire d'une particule de fluide est appelée ligne de courant. Elle est orientée dans le sens de déplacement du fluide. L'ensemble des lignes de courant d'un fluide définit un tube de courant dans lequel le fluide s'écoule.

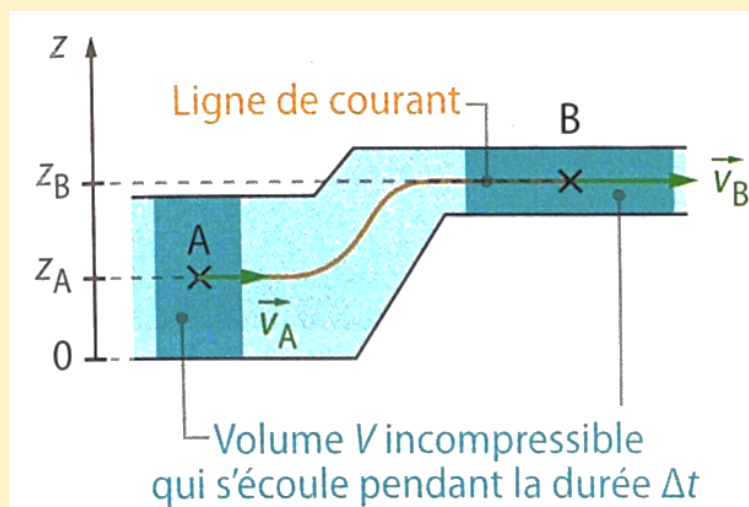


Pour un fluide incompressible, en écoulement permanent, non soumis à des forces de frottements, il y a conservation de l'énergie mécanique en tout point du fluide.

Pour une même ligne de courant, en deux points A et B, on peut relier la pression P , la vitesse v et l'altitude z par la relation de Bernoulli :

$$\frac{1}{2} \times \rho \times v_A^2 + \rho \times g \times z_A + P_A = \frac{1}{2} \times \rho \times v_B^2 + \rho \times g \times z_B + P_B$$

Avec ρ la masse volumique de fluide en kg.m^{-3} , g l'intensité de pesanteur, P en Pa, v en m/s, z en m



Remarque : On retrouve la conservation de l'énergie mécanique dans les termes de la relation précédente.

Le terme $\frac{1}{2} \times \rho \times v^2$ représente l'énergie cinétique E_C .

Le terme $\rho \times g \times z$ correspond à l'énergie potentielle de pesanteur E_{PP}

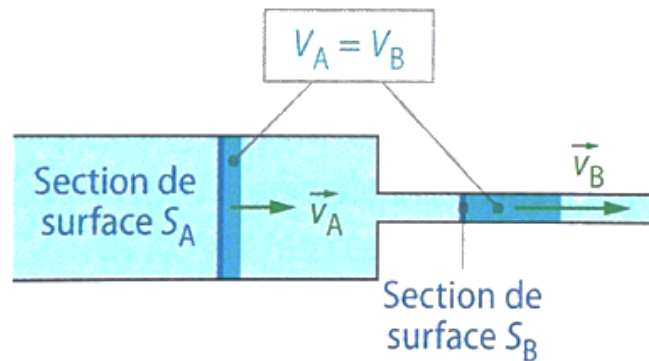
Le terme de la pression correspond à la force pressante du fluide.

[Applications](#) : n°27 p 418, n°35 p 420

[Applications en autonomie](#) : n°26 p 418, n°19 p 416 (corrigé détaillé manuel),

2- L'effet Venturi

Considérons un fluide incompressible dans un tube dont la section se resserre ou s'évase.



D'après la relation de Bernoulli, on peut écrire :

$$\frac{1}{2} \times \rho \times v_A^2 + \rho \times g \times z_A + P_A = \frac{1}{2} \times \rho \times v_B^2 + \rho \times g \times z_B + P_B$$

Or ici, $z_A = z_B$.

La relation devient donc :

$$\frac{1}{2} \times \rho \times v_A^2 + P_A = \frac{1}{2} \times \rho \times v_B^2 + P_B \rightarrow P_A - P_B = \frac{1}{2} \times \rho \times v_B^2 - \frac{1}{2} \times \rho \times v_A^2$$

De plus, on a vu dans un paragraphe précédent que $v_B > v_A$: $\frac{1}{2} \times \rho \times v_B^2 - \frac{1}{2} \times \rho \times v_A^2 > 0$

Ainsi, $P_A - P_B > 0 \rightarrow P_A > P_B$: c'est l'effet Venturi.

Pour un fluide incompressible en écoulement permanent, lorsque la section de la canalisation diminue, la vitesse du fluide augmente et sa pression diminue : c'est l'effet Venturi.

[Applications](#) : n°29 p 418

[Applications en autonomie](#) : n°17 p 414 (corrigé détaillé manuel), n°20 p 417 (corrigé détaillé manuel)

[EXERCICE BILAN](#) : n°42 p 423